

Universidad Autónoma Tomas Frías
Facultad de Ingeniería
CARRERA DE INGENIERÍA EN GEODESIA Y TOPOGRAFIA
PRUEBA DE SUFICIENCIA ACADEMICA P.S.A-2015-2016

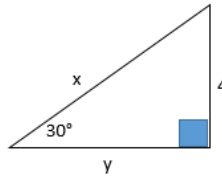
Nombres y apellidos:

Cl. **fecha:**

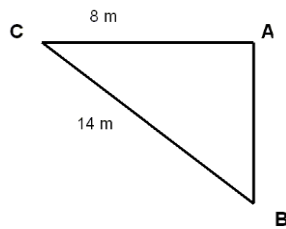
Joven estudiante resuelva los siguientes ejercicios y preguntas.

1.- TRIGONOMETRÍA:

1.1. Calcule los valores de x - y



1.2. Calcula las razones trigonométricas del ángulo C del siguiente triángulo.



1.3. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos agudos es 40° y que el cateto opuesto a éste mide 10m. Calcula el ángulo y los lados que faltan.

2. GEOMETRÍA

2.1. Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas?

2.2. El perímetro de un trapecio isósceles es de 110 m, las bases miden 40 y 30 m respectivamente. Calcular los lados no paralelos y el área.

2.3. Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, quedaría formado un triángulo equilátero de 6 cm de lado. Sabiendo que el trapecio tiene la mitad de la altura del triángulo, calcular el área del trapecio.

3: FÍSICA.

3.1. Un avión se mueve horizontalmente con una velocidad uniforme de 720 km/h volando a una altura de 2000 m. Desde tierra se lanza un proyectil en el instante en que pasa por su vertical.

Hallar la velocidad inicial mínima y el ángulo necesario para batir al avión.

3.2. La ecuación de la velocidad de un móvil es:

$$v=3t^2+4$$

y para $t = 0$ el móvil ocupa la posición $x = - 2$ m. Calcular:

- a) el espacio recorrido desde $t = 1$ segundo hasta $t = 4$ segundos.
- b) La velocidad media en el intervalo anterior.
- c) La aceleración en el instante inicial

3.3. Desde una altura de 5 metros y horizontalmente se lanza un objeto con una velocidad de 7 metros por segundo. Calcular:

- a) la velocidad cuando el móvil se encuentra a 2,5 metros del suelo.
- b) El ángulo que forma dicha velocidad con la horizontal.

4: GEOGRAFÍA.

4.1 ¿Que estudia la geografía?

4.2 ¿Cual la división de la geografía?

4.3 ¿Cual la geografía de Bolivia?

SUERTE!!!!

Universidad Autónoma Tomas Frías
Facultad de Ingeniería
CARRERA DE INGENIERÍA EN GEODESIA Y TOPOGRAFIA
2da PRUEBA DE SUFICIENCIA ACADEMICA P.S.A-2015-2016

HOJA DE RESPUESTAS

1.- TRIGONOMETRÍA

1.1.- Calcule los valores de x - y

$$\text{sen } 30^\circ = 4/x$$

$$x = 4/\text{sen } 30^\circ$$

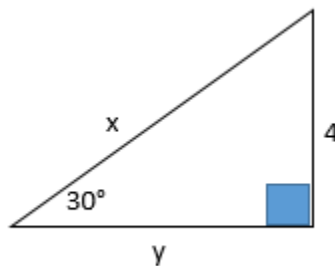
$$x = 8$$

$$\text{cos } 30^\circ = y/x$$

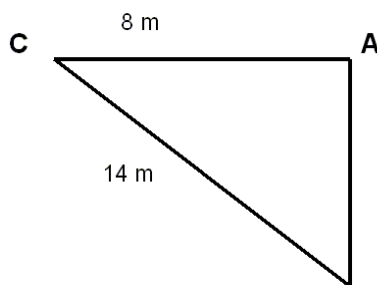
$$\text{cos } 30^\circ = y/8$$

$$y = \text{cos}30^\circ \times 8$$

$$y = 6.93$$



1.2.- Calcula las razones trigonométricas del ángulo C del siguiente triángulo.



Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 \\
 14^2 &= 8^2 + c^2 \\
 196 &= 64 + c^2 \\
 196 - 64 &= c^2 \\
 132 &= c^2 \\
 11,49 &= c
 \end{aligned}$$

B fórmulas

tenemos:

$$\text{Luego } c = 11,49 \text{ m.}$$

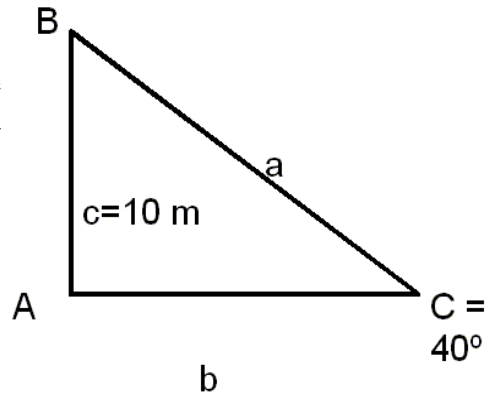
$$\text{El ángulo } C = 55^\circ 05' 05.26''$$

$$\text{sen}C = \frac{11,49}{14} = 0,82$$

y aplicando las $\text{cos}C = \frac{8}{14} = 0,57$

$$\text{tg}C = \frac{11,49}{8} = 1,44$$

1.3.- De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos agudos es 40° y que el cateto opuesto a éste mide 10m. Calcula el ángulo y los lados que faltan.



$$\operatorname{tg} C = \operatorname{tg} 40 = \frac{c}{b} = \frac{10}{b} \Rightarrow b = \frac{10}{\operatorname{tg} 40} = \frac{10}{0,84} = 11,9 \text{ m}$$

Lado a = 11.9 m

$$\operatorname{sen} C = \operatorname{sen} 40 = \frac{c}{a} = \frac{10}{a} \Rightarrow a = \frac{10}{\operatorname{sen} 40} = \frac{10}{0,64} = 15,62 \text{ m}$$

Lado b = 15.62 m

Al ángulo B = 50°

2. GEOMETRÍA

2.1. Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas?

RESPUESTA 2.1:

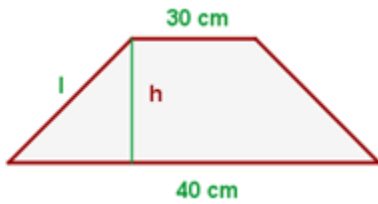
$$P = 12 \cdot 4 = 48 \text{ cm}$$



12 cm

2.2. El perímetro de un trapecio isósceles es de 110 m, las bases miden 40 y 30 m respectivamente. Calcular los lados no paralelos y el área.

RESPUESTA 2.2:



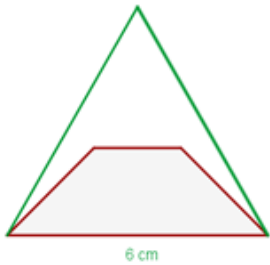
$$110 = 40 + 30 + 2l \quad l = 20 \text{ m}$$

$$h = \sqrt{20^2 - 5^2} = 19.36 \text{ m}$$

$$A = \frac{(40 + 30) \cdot 19.36}{2} = 677.77 \text{ m}^2$$

2.3. Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, quedaría formado un triángulo equilátero de 6 cm de lado. Sabiendo que el trapecio tiene la mitad de la altura del triángulo, calcular el área del trapecio.

RESPUESTA 2.3:



$$h_{\Delta} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5.20 \text{ cm}$$

$$h_{\sigma} = \frac{h_{\Delta}}{2} \quad h_{\sigma} = \frac{5.20}{2} = 2.60 \text{ cm}$$

$$A_{\sigma} = \frac{(6 + 3) \cdot 2.60}{2} = 11.70 \text{ cm}^2$$

3: FÍSICA.

3.1. Un avión se mueve horizontalmente con una velocidad uniforme de 720 km/h volando a una altura de 2000 m. Desde tierra se lanza un proyectil en el instante en que pasa por su vertical.

Hallar la velocidad inicial mínima y el ángulo necesario para batir al avión.

Respuesta al ejercicio 4.1.

El proyectil debe ser lanzado con un ángulo de inclinación, α , tal que pueda alcanzar al avión en altura y desplazamiento.

Si tenemos que v_0 debe ser la velocidad mínima, la altura a la que va el avión será la máxima.

De acuerdo con la ley de conservación de la energía, podemos igualar las energías cinética y potencial para escribir:

$$m \cdot g \cdot h = 12 \cdot m v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha \Rightarrow h = 2000 = 12 \cdot g \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

Por otro lado, tenemos que la componente horizontal del proyectil será constante e igual a la velocidad del avión:

$$200 = v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow v_0 = 200 \cos \alpha$$

Sustituyendo en la primera ecuación el valor de v_0 dado por la segunda, tenemos:

$$2000 = 12g \cdot (200 \cos \alpha)^2 \cdot \sin^2 \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = 1 \Rightarrow \alpha \approx 45^\circ$$

Y la velocidad inicial vendrá dada por:

$$200 = v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow v_0 = 200 \cos \alpha = 200 \cos 45 = 200 \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 281.4 \text{ m/s}$$

ANGULO 45°

VELOCIDAD = 281.4 M/S

3.2. La ecuación de la velocidad de un móvil es:

$$v=3t^2+4$$

y para $t = 0$ el móvil ocupa la posición $x = -2$ m. Calcular:

- el espacio recorrido desde $t = 1$ segundo hasta $t = 4$ segundos.
- La velocidad media en el intervalo anterior.
- La aceleración en el instante inicial

Respuesta al ejercicio 4.2

El espacio viene dado por la integral de la velocidad en función del tiempo:

$$\int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt = \int_{1}^{4} (3t^2+4) dt = [t^3+4t]_{1}^{4} = 73m$$

Sabiendo que el móvil estaba en la posición -2 m, tenemos que el espacio recorrido es:

$$e = e_f - e_i = 73m - (-2m) = 75m$$

Y la velocidad media será:

$$v = \frac{e_f - e_i}{t_f - t_i} = \frac{75m}{3seg} = 25m/seg$$

La aceleración viene dada por la derivada de la velocidad respecto del tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(3t^2+4)}{dt} = 6t \quad (t=0) \Rightarrow a = 0m/seg^2$$

3.3. Desde una altura de 5 metros y horizontalmente se lanza un objeto con una velocidad de 7 metros por segundo. Calcular:

- la velocidad cuando el móvil se encuentra a 2,5 metros del suelo.
- El ángulo que forma dicha velocidad con la horizontal.

Respuesta al ejercicio 4.3

Para conocer la velocidad cuando el móvil se encuentre a 2,5 metros del suelo consideramos la fórmula

$$v_f^2 - v_i^2 = 2 \cdot g \cdot h; v_f = \sqrt{v_i^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

De donde:

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{7^2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 2,5} = 7,2 \sqrt{m/seg}$$

Para saber que ángulo forma dicha velocidad con la componente horizontal, hacemos:

$$\cos \alpha = \frac{v_0}{v_f} = \frac{7}{7,2} \Rightarrow \arccos \alpha = 45^\circ$$

4: GEOGRAFÍA.

4.1 ¿Que estudia la geografía?

Ciencia que estudia y describe la superficie de la Tierra en su aspecto físico, actual y natural, o como lugar habitado por la humanidad.

4.2 ¿Cual la división de la geografía?

- o geografía económica

Parte de la geografía que estudia las condiciones del mercado según la distribución geográfica de productores y consumidores.

- **geografía física**

Parte de la geografía que estudia la configuración del terreno y de los mares.

- **geografía humana**

Parte de la geografía que estudia la localización espacial de la población y su evolución demográfica.

- **geografía lingüística**

Parte de la dialectología que estudia la extensión y distribución geográfica de las lenguas y de los fenómenos lingüísticos de las lenguas.

"la finalidad de la geografía lingüística es la confección de atlas lingüísticos"

- **geografía política**

Parte de la geografía que estudia la distribución y organización política de la superficie terrestre.

4.3 ¿Cual la geografía de Bolivia?

El Estado Plurinacional de Bolivia, se encuentra en el [hemisferio](#) sur del planeta y al Oeste del [Meridiano de Greenwich](#) por lo tanto tiene latitud sur y longitud occidental. Bolivia es considerada el centro de [Sudamérica](#), estando el centro geográfico del país en el área de [Puerto Estrella](#) sobre el [río Grande](#) en el [Departamento de Santa Cruz](#), en la provincia [Ñuflo de Chávez](#). Bolivia está conformada por una superficie de 1 098 581 [km²](#).